

Números e Operações – 3º Ano

Draft

Tópicos

Números naturais

Relações numéricas

Múltiplos e divisores

Operações com números naturais

Multiplicação

Divisão

Números racionais não negativos

Fracções

Decimais

Autores

Fátima Mendes

Joana Brocardo

Catarina Delgado

Fátima Torres

Introdução

O aprofundamento da compreensão do sistema de numeração decimal tem, no 3º ano de escolaridade, especial ênfase. Por um lado, e no que diz respeito aos números naturais, os alunos têm a oportunidade de realizar tarefas cujo propósito é o estabelecimento de relações entre os números, identificando, nomeadamente, números múltiplos e divisores de um número, utilizando números cada vez maiores. Por outro lado, é no 3º ano de escolaridade, que o estudo dos números racionais não negativos vai ser aprofundado. De facto, nos dois primeiros anos estes são trabalhados de modo intuitivo, assumindo especial relevância, nesta altura, a introdução de números representados na sua forma decimal ou recorrendo à sua representação na forma de fracção. Este trabalho deve ser feito recorrendo a problemas onde surjam diferentes significados das fracções e onde faça sentido recorrer à representação decimal de números racionais.

Neste ano, o trabalho em torno dos números e das operações desenvolve-se, sobretudo, em torno das operações multiplicação e divisão, uma vez que nos dois primeiros anos, o desenvolvimento do sentido de número esteve mais relacionado com as características dos números, as relações entre eles, as operações adição e subtração e as suas propriedades. Ainda que de um modo informal e no contexto da resolução de problemas, o desenvolvimento de aspectos do sentido de número associados à multiplicação e à divisão estão presentes desde o 1º ano de escolaridade, mas é a partir do 2º ano e sobretudo no 3º ano que são formalizados e aprofundados os aspectos mais relacionados com a compreensão destas operações e das suas propriedades.

As sequências de tarefas aqui apresentadas assentam na importância da interligação entre tópicos e temas. Assim, apesar de estar indicado o tópico no qual se foca mais especificadamente cada uma das tarefas, estas propõem também a exploração de outros tópicos inter-relacionados, por exemplo, nas tarefas de Multiplicação são também abordados aspectos relacionados com o tópico Regularidades.

NÚMEROS NATURAIS

Relações numéricas

Múltiplos e divisores

O conjunto de tarefas associadas aos tópicos Relações numéricas e Múltiplos e divisores tem como propósito o aprofundamento do sistema de numeração decimal, proporcionando aos alunos o trabalho com números cada vez maiores e o estabelecimento de relações entre os diferentes números. Algumas das tarefas propostas terão como ponto de partida contextos do dia-a-dia desafiantes para os alunos e a propósito dos quais estes lidarão com números da ordem de grandeza dos milhares e dos milhões. Outras tarefas, partindo tanto de contextos do dia-a-dia como de contextos matemáticos, têm como propósito possibilitar o estabelecimento de relações entre os números que conduzirão à identificação e compreensão do conceito de múltiplo e divisor de um número natural. Estas tarefas estão interligadas com os tópicos relativos às operações multiplicação e divisão de números naturais.

Números naturais

Tópicos	Objectivos específicos	Notas	Tarefas	Organização temporal
Relações numéricas	<p>Comparar números “grandes” e ordená-los em sequências crescentes e decrescentes.</p> <p>Ler e representar números, pelo menos até ao milhão.</p> <p>Realizar estimativas e avaliar a razoabilidade de um resultado em situações de cálculo.</p> <p>Compreender o sistema de numeração decimal.</p> <p>Representar números “grandes” na linha numérica vazia (recta não graduada).</p>	<p>Propor a leitura e a representação de números, aumentando gradualmente o seu valor, a par da resolução de problemas.</p> <p>Propor a utilização de tabelas com números de 1000 em 1000, de 10000 em 10000 e outras deste tipo, como apoio na contagem de números até ao milhão.</p>	<p>Investigações sobre números muito grandes</p> <p>Contar palavras</p> <p>Contar caracteres (extensão)</p>	<p>Esta tarefa sugere duas partes: a investigação e a sua apresentação à turma (90 minutos + 90 minutos)</p> <p>90 minutos + 60 minutos (incluindo a discussão na turma)</p>
	<p>Compreender o sistema de numeração decimal.</p> <p>Identificar e dar exemplos de múltiplos de 2, 5 e 10.</p> <p>Identificar as propriedades dos múltiplos de 2, 5 e 10.</p> <p>Identificar e dar exemplos de múltiplos de 2 e 4.</p> <p>Identificar as propriedades dos múltiplos de 2 e 4.</p>	<p>Propor aos alunos que trabalhem com múltiplos de 2,3,4,5... 10 e respectivos divisores.</p>	<p>Regularidades, números pares e múltiplos de 5 e 10</p> <p>Mais regularidades, números pares e múltiplos de 4</p>	<p>90 minutos + 90 minutos (incluindo a discussão na turma)</p> <p>90 minutos + 60 minutos (incluindo a discussão na turma)</p>
Múltiplos e divisores	<p>Identificar e dar exemplos de múltiplos e divisores de um número natural.</p> <p>Compreender que os divisores de um número são divisores dos múltiplos (e que os múltiplos de um número são múltiplos dos divisores).</p> <p>Tirar partido da relação entre multiplicação e divisão.</p>	<p>Propor aos alunos que trabalhem com múltiplos de 2,3,4,5... 10 e respectivos divisores.</p>	<p>Decompor números</p>	<p>90 minutos</p> <p>Este jogo pode ser jogado várias vezes, aumentando o conjunto numérico</p>

Investigações sobre números “grandes”

4539495873542340921

Escolhe, com o teu par, um dos exemplos de investigações com números “grandes” que mais te interessa e investiga.

Investigando as batidas do coração

Será que o teu coração já bateu 1000 vezes? Quanto tempo será necessário para o nosso coração bater 10 000 vezes? Investiga.



Investigando o número de dias de vida

Tens ideia de quantos dias já viveste? Menos que 1000 dias? Quase 10 000 dias? Investiga.

O primo do João, que tem 10 anos diz que já viveu 1 milhão de dias.

O João responde: Isso nem o meu avô viveu e tem 60 anos!

Será que é verdade? Investiga.



Investigando o número de horas de vida



A Ana, que tem 8 anos, diz que já viveu 1 milhão de horas.

O André responde: Era preciso termos para aí uns 100 anos para termos vivido 1 milhão de horas!

Será que é verdade? Investiga quem tem razão, Ana ou André.

Tarefa 1 – Investigações sobre números “grandes”

Materiais

- Fotocópia da folha da tarefa
- Calculadora elementar
- Cronómetro ou relógio para medir as batidas do coração
- Calendários

Ideias disponíveis e em desenvolvimento

- Comparar números e ordená-los em sequências crescentes e decrescentes.
- Compreender o sistema de numeração decimal.

Ideias e procedimentos a desenvolver

- Comparar números “grandes” e ordená-los em sequências crescentes e decrescentes.
- Ler e representar números, pelo menos até ao milhão.
- Realizar estimativas e avaliar a razoabilidade de um resultado em situações de cálculo.

Sugestões para exploração

Esta tarefa tem como propósito sensibilizar os alunos para a existência de números “grandes”, partindo de situações desafiantes e intrigantes para o seu nível etário.

Antes de desafiar os alunos para realizar a investigação o professor pode ter uma conversa inicial com a turma para tentar perceber que ideia têm de número “grande”, qual a sua ordem de grandeza e que associação fazem com situações que são representadas por números “grandes”. Para ter uma ideia das concepções dos alunos associadas a números “grandes” o professor pode organizar uma discussão à volta de propostas do tipo:

- Escreve um número que consideres muito grande. Explica porquê.
- Indica um número de qualquer coisa que conheças, na sala de aula ou não, que consideres um número muito grande. Explica porquê.

Esta discussão pode também ser uma oportunidade (no caso de fazer sentido) para serem lidos os números sugeridos pelos alunos recordando, explicando ou consolidando a leitura por extenso de números maiores que 1000.

Associada à discussão de números “grandes” provavelmente surgirá a palavra milhão e o professor pode também tentar perceber o que ela significa para eles e como o representam numericamente.

A partir daí é importante propor que, em pares, partam de uma questão desafiante sobre uma temática que lhes suscite curiosidade e tentem investigar possíveis respostas. De modo a dar-lhes algumas ideias sobre temáticas a investigar, suficientemente intrigantes, surgem os exemplos indicados nesta tarefa. No entanto, podem ser os próprios alunos a escolher outros temas que considerem mais interessantes, ficando a cargo do professor a gestão equilibrada de interesses, de modo que todos os pares trabalhem com números suficientemente grandes e em tarefas exequíveis.

É ainda de realçar que algumas das investigações implicam uma pesquisa de aspectos não relacionados exclusivamente com a Matemática, como no caso das batidas do coração. É importante medir directamente as pulsações por minuto (usando um cronómetro/relógio) ou procurar saber o número aproximado de batidas por minuto de um coração saudável. Pode-se também questionar se o coração de uma criança de 8 anos bate da mesma forma do de um adulto de 40 anos. E como baterá o coração de um bebé? Deste modo, para além dos aspectos matemáticos envolvidos, estão presentes, nesta tarefa, conexões entre a Matemática e outras áreas do saber, neste caso o Estudo do Meio.

Para além da sensibilidade para a ordem de grandeza dos números é fundamental que os alunos os consigam comparar e ordenar, à semelhança do que foi feito anteriormente, nos primeiros anos, com números mais pequenos. Assim, os alunos vão aumentando a sua compreensão sobre as relações entre os números e as características do sistema de numeração decimal.

Um aspecto a ter em conta durante a resolução da tarefa relaciona-se com os cálculos que são necessários efectuar. O objectivo não é o cálculo em si mas os números obtidos, a sua ordem de grandeza e a comparação com outros. Assim, sugere-se a utilização de uma calculadora elementar de modo a trabalhar de facto com números realistas e a tornar os cálculos mais rápidos e eficazes, evitando o desinteresse dos alunos. A utilização adequada deste meio tecnológico pressupõe um conhecimento sobre os procedimentos associados a

este instrumento de cálculo, para além de exigir a capacidade para realizar estimativas e avaliar a razoabilidade dos resultados obtidos nas várias situações de cálculo.

É fácil perder a noção da razoabilidade de um resultado quando se trabalha com números “grandes”. Por isso devem ser interiorizados alguns valores de referência que balizam os resultados que se procuram. Por exemplo, 4200 pode ser assumido como uma referência para o cálculo das batidas de coração. Um aluno que ao usar a calculadora ou outro meio de cálculo obtenha 5040 batidas durante meio-dia compreende que houve algum engano. Se forem 4200 batidas numa hora é impossível obter 5040 em 12 horas.

Considerando a existência de interesses diferentes na mesma turma, é fundamental reservar um tempo, posterior ao desenvolvimento da investigação, em que cada par apresenta ao resto da turma as descobertas efectuadas e os números “grandes” que obteve. Torna-se essencial apresentar um registo escrito desses números, compará-los entre si e efectuar a sua leitura por extenso e oralmente. Por exemplo, no caso das batidas do coração podem surgir números como 42 000 e 50 400, a partir dos quais o professor pode perguntar:

- Qual o número que está antes de 42 000? E de 50 400?
- 50 199 é maior que 50 400?
- Indica um número entre 42 000 e 50 400.
- Quanto devem adicionar a 42 000 para obter 50 000? E 50 400? O que traduz o último número obtido?

No caso dos alunos ainda não conhecerem o milhão, algumas das investigações efectuadas são um contexto favorável para o identificar, representar e dar-lhe significado, associando-o às grandezas trabalhadas.

Possíveis caminhos a seguir pelos alunos

As possíveis hipóteses de resposta às primeiras perguntas podem ser bastante variadas. A representação de um número “grande” pode ser apenas uma sequência de muitos algarismos, sem estar associado a algum significado. No entanto, a resposta à segunda questão pode ser feita de muitas maneiras mas associada a uma grande quantidade, por exemplo, ao número de cabelos de uma cabeça, ao que se pode ganhar no Euromilhões, ao número de grãos de areia da praia, ao número de pacotes de leite que estão guardados na despensa da escola, etc. Muitas vezes a ideia de milhão está associada tanto a uma grande quantidade de algo como a qualquer coisa que é impossível contar ou medir.

Se for pedido aos alunos para representarem uma quantidade de algo que seja um milhão, a maior parte deles usa uma representação de tipo qualitativo, indicando uma grandeza específica e cuja representação pode ser feita usando a expressão escrita, mas poucos alunos associam um milhão a uma representação simbólica do tipo numérico.

Inicialmente alguns alunos ao tentarem representar um milhão, apresentam desenhos como os seguintes:



Muito poucos alunos deste nível etário tentam fazer uma representação mais abstracta de um número grande ou mesmo de um milhão apesar de alguns fazerem filas com muitos algarismos, não usando exclusivamente o zero. Tanto podem surgir números como 10 000 para representar simbolicamente números “muito grandes” como 35428855669876097543. Conhecem e usam a expressão “um milhão” e numericamente associam-na a diferentes representações.

As propostas incluídas nesta tarefa são bastante abertas, de modo a permitir que os próprios alunos seleccionem um caminho a seguir e os desafios colocados podem ser apenas o ponto de partida para investigações mais complexas. Por exemplo, no caso do número de horas que já viveu uma criança com 8 anos (ou com 10) pode haver alunos que queiram continuar e investigar quantos minutos ou segundos já viveram e aí surgem rapidamente números bastante maiores que os anteriores, da ordem dos milhões.

CONTAR PALAVRAS

Folha do Aluno

A Marta gosta muito de escrever histórias no computador. No dia da semana reservado à leitura, as várias histórias inventadas pela Marta e pelos seus colegas são lidas e discutidas por todos.

No outro dia, a Marta chegou à escola e disse que já tinha escrito uma história com 1200 palavras. Explicou aos colegas que o pai a ensinou a ver no computador quantas palavras tem um documento escrito num determinado tipo de letra e formato.



Fazes ideia de quantas páginas a Marta já escreveu? Discute com os teus colegas uma maneira de calcular, aproximadamente, quantas páginas a Marta já escreveu.

Tarefa 2 – Contar palavras

Materials

- Fotocópia da folha da tarefa
- Calculadora elementar
- Computador para aceder a textos escritos, para contar palavras

Ideias disponíveis e em desenvolvimento

- Comparar números e ordená-los em sequências crescentes e decrescentes.
- Ler e representar números, pelo menos até ao milhão.
- Compreender o sistema de numeração decimal.

Ideias e procedimentos a desenvolver

- Comparar números “grandes” e ordená-los em sequências crescentes e decrescentes.
- Representar números “grandes” na linha numérica vazia (recta não graduada).
- Utilizar tabelas para apoio à representação e comparação de números “grandes”.

Sugestões para exploração

Esta tarefa tem como propósito a exploração de uma situação cada vez mais comum e que é efectuada de modo automático pelo computador – a contagem das palavras de um texto. Através desta situação bastante acessível à compreensão dos alunos, estes têm oportunidade de manipular números “grandes”, de os comparar entre si e de os ordenar. De modo a tornar a situação introdutória mais realista e próxima dos alunos, o professor pode propor que estes contem palavras no computador, eventualmente a partir de textos que tenham construído no âmbito de outra área curricular. Este trabalho deve ser realizado a pares, de modo a proporcionar discussões mais ricas associadas à resolução da tarefa.

No caso de os alunos não identificarem um valor plausível para o número de palavras correspondente a uma página, ou o professor considerar mais adequado usarem todos o mesmo número, pode propor o uso de 400 palavras por página, como valor aproximado. É

importante discutir o significado de valor aproximado, de modo a clarificar possíveis equívocos. Neste caso, o número 400 foi escolhido por ser um número bastante próximo da realidade e ser múltiplo de 10 e de 100, o que facilita bastante os cálculos e pode incentivar os alunos a efectuar alguns deles utilizando o cálculo mental e as propriedades dos números envolvidos. A calculadora é também um recurso a que se pode recorrer nesta tarefa, sobretudo se os alunos trabalharem com um número menos “redondo” que o 400. Sobretudo se os alunos optarem pela divisão é importante que o professor apoie a execução dos cálculos através da calculadora ou computador e ajude na interpretação e clarificação do resultado obtido, certamente um número na sua representação decimal. No caso sugerido, em que a Marta escreveu um texto com 1200 palavras, se se considerar que cada página tem 378 palavras o resultado obtido pode ser 3,18. Como interpretar este valor em termos de número de páginas escritas?

De modo a fazer surgir números “grandes” e as relações entre eles, devem ser escolhidas as perguntas que devem ser colocadas após a exploração inicial. Por exemplo:

O livro que os alunos da turma andam a ler tem 50 páginas. Será que tem mais de 15 000 palavras?

- Se um livro tiver 50 páginas quantas palavras foram escritas, aproximadamente?
- Se um livro tiver 25 páginas quantas palavras foram escritas, aproximadamente?
- E se um livro tiver 100 páginas quantas palavras foram escritas, aproximadamente?
- Se um escritor escrever um livro com 24 000 palavras com quantas páginas fica o livro, aproximadamente?
- E se a Marta escrever um texto com 4 000 palavras, quantas páginas tem aproximadamente?

Nestes exemplos os números utilizados nas várias questões foram pensados de modo a ser possível estabelecer algumas relações entre eles, nomeadamente, relações de dobro e metade, agora com números muito maiores do que anteriormente. Assim, espera-se que os alunos identifiquem que 25 é metade de 50, logo o número de palavras escritas em 25 páginas terá de ser metade do número de palavras escritas em 50 páginas. Por outro lado, sendo 100 o dobro de 50 e o quádruplo de 25 existe uma relação de dobro e uma relação de quádruplo entre os correspondentes números de palavras.

A escolha do número de palavras por página pode obedecer a diferentes critérios. Alguns professores podem preferir uma abordagem mais realista e escolher um valor retirado de uma contagem concreta realizada pelos alunos. Neste caso os cálculos anteriores não são tão propícios ao estabelecimento de relações entre os números usando o cálculo mental. Outros, podem optar por escolher o valor aproximado de 400 palavras por página, pois têm também como objectivo, desenvolver o cálculo mental. Esta escolha entre o valor real, obtido a partir de uma recolha concreta de dados, e o valor aproximado tem de ser liderada pelo professor. As crianças desta idade tendem a assumir os valores exactos que obtêm, tendo relutância em trabalhar com valores aproximados. No entanto, na vida de todos os dias cada vez mais se lida com cálculo mental com valores aproximados (para calcular mentalmente escolhem-se números “redondos” e recorre-se às relações entre eles). Para o cálculo exacto com números “grandes” usa-se uma máquina de calcular.

A questão “Será que é possível ter um livro com um milhão de palavras? Aproximadamente, terá mais de 100, 1000 páginas? Investiga (no caso de facilitar constrói uma tabela) ” poderá servir para a introdução de uma tabela que relaciona o número de páginas de um texto com o número de palavras escritas e que pode ter alguns números já inseridos, explicitando as relações entre eles e sugerindo aos alunos que a completem. De modo a facilitar os cálculos neste caso é de considerar um número aproximado de 400 palavras por página.

N.º de páginas	1	10	20	50				
N.º de palavras					24 000	40 000	400 000	

Os alunos podem ir preenchendo a tabela, acrescentando mais ou menos colunas para tentar chegar ao milhão. O preenchimento desta tabela ajuda, de forma eficaz, ao estabelecimento de relações entre as duas grandezas representadas, o número de páginas e o número de palavras de um texto. Constitui, também, um apoio à representação e à comparação entre os números envolvidos, apesar da sua ordem de grandeza. A última coluna está vazia, de modo a desafiar os alunos a completarem-na com dois números que considerem grandes e que verifiquem a relação estabelecida. O desafio de chegar ao milhão pode ser concretizado por alguns deles. É interessante, posteriormente, comparar os

vários números obtidos pelos pares de alunos e organizá-los segundo uma ordem crescente ou decrescente.

Um outro desafio a colocar aos alunos pode ser:

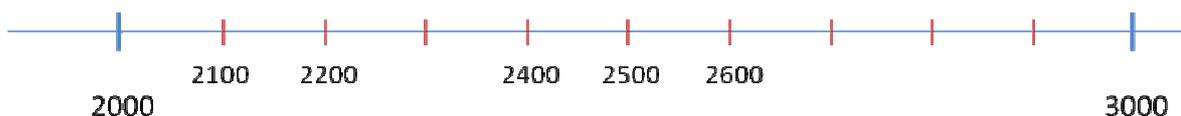
Ordenar, na linha numérica vazia (recta não graduada), os números correspondentes ao número de palavras escritas nos vários textos dos alunos.

Numa turma em que os textos escritos pelos alunos tinham 2000, 2405, 2100, 2224, 3000 e 2550 palavras, o professor pode orientar o trabalho por fases:

- marcação dos limites numéricos da linha



- marcação dos valores de referência que ficam no intervalo 2000 e 3000 e que será importante assinalar



É fundamental que, neste caso, os alunos compreendam que os limites numéricos da linha são o 2 000 e o 3 000, posicionando todos os outros entre estes dois. Estamos, deste modo, a evidenciar a grandeza relativa dos números representados.

Tarefas deste tipo, de comparação e ordenação de números naturais “grandes”, devem ser propostas regularmente, aumentando progressivamente a ordem de grandeza dos números utilizados, visando o desenvolvimento da compreensão dos alunos sobre os números e o funcionamento do sistema de numeração decimal.

Possíveis caminhos a seguir pelos alunos

Na resolução desta tarefa os alunos podem seguir vários caminhos, consoante a operação utilizada e o número aproximado de palavras por página que usarem. Assim, no caso de usarem o 400 podem recorrer aos produtos sucessivos até se aproximarem do 1200, fazendo 3×400 . No caso de utilizarem a divisão podem dividir 1200 por 400 e obter mentalmente 3, dadas as características dos números envolvidos.

No preenchimento da tabela os alunos podem começar por preencher alguns espaços com os números usados nas questões anteriores e relacioná-los entre si. Também podem começar por preencher a primeira coluna e a partir daí calcular todos os outros números recorrendo à multiplicação. Os números escolhidos têm a vantagem de serem múltiplos de 10, 100, 1000, podendo os alunos recorrer às regularidades identificadas da multiplicação de um número por um múltiplo de 10, 100, 1000. Considerando a relação de proporcionalidade directa estabelecida entre as duas grandezas representadas e as características dos números envolvidos, os alunos podem estabelecer relações entre os números de uma mesma linha, trabalhando apenas com uma grandeza, ou ir relacionando as grandezas entre si.

Extensão da tarefa 2 – Contar caracteres

Uma possível extensão da tarefa pode surgir do seguinte modo:

Após a tarefa **Contar palavras** os colegas da Marta ficaram cheios de curiosidade para ver como se contavam as palavras de um texto no computador e, com o apoio da professora, viram no computador como funciona essa opção. E descobriram outro desafio interessante! Para além de contar palavras o computador também conta caracteres! Depois de serem esclarecidos sobre o que são caracteres perceberam que, se um texto com algumas páginas tem muitas palavras, tem muitos mais caracteres! Interrogaram-se:

- Um livro com 100 páginas quantos caracteres terá?
- Será que tem mais de 1 000 000 (um milhão) de caracteres? Quantos mais?

REGULARIDADES, NÚMEROS PARES E MÚLTIPLOS DE 5 E 10

Folha do aluno

Observa com atenção a tabela da página seguinte.

- O que podes afirmar sobre os números da tabela?
- Discute as tuas descobertas com os teus colegas de grupo.
- Descreve numa folha de papel as descobertas que fizeram e as regularidades que descobriram.

Usa lápis de cores diferentes e

- Pinta da mesma cor todos os números que são múltiplos de 5, ou seja, começa no 5 e vai pintando todos os números de 5 em 5.
- Pinta de cor diferente da primeira, todos os números que são múltiplos de 10, ou seja, começa no 10 e vai pintando todos os números de 10 em 10.
- Há números que ficaram pintados com duas cores. Quais são? Consegues explicar porquê?
- O que descobriste sobre os múltiplos de 10 e de 5?
- Usa uma cor diferente das anteriores.
- Pinta todos os números pares (múltiplos de 2) da tabela.
- O que descobriste?
- Há números que ficaram pintados com três cores. Quais são? Consegues explicar porquê?

REGULARIDADES, NÚMEROS PARES E MÚLTIPLOS DE 5 E 10

Folha do aluno

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45
46	47	48	49	50

Tarefa 3 – Regularidades, números pares e múltiplos de 5 e 10

Materiais

- Fotocópia das folhas da tarefa
- Lápis de cor

Ideias disponíveis e em desenvolvimento

- Comparar números e ordená-los em sequências crescentes e decrescentes.
- Compreender o sistema de numeração decimal.
- Compreender as tabuadas da multiplicação.
- Identificar e dar exemplos de múltiplos de um número natural.
- Identificar regularidades em tabelas numéricas.

Ideias e procedimentos a desenvolver

- Identificar e dar exemplos de múltiplos de 2, 5 e 10.
- Identificar as propriedades dos múltiplos de 2, 5 e 10.

Sugestões para exploração

Na primeira parte da tarefa é importante que os alunos observem com atenção os números dispostos na tabela e identifiquem algumas regularidades. Esta tarefa pode ser desenvolvida em grupo, reservando o professor um tempo para a discussão com toda a turma. Para além da identificação das regularidades é fundamental que as tentem descrever oralmente e por escrito, no sentido de desenvolver a sua capacidade de comunicação matemática. Após o trabalho em grupo, cada um deles apresenta as regularidades encontradas, justificando perante os colegas as suas conjecturas e comparando-as com outras. A apresentação e justificação das regularidades descobertas devem ser feitas no final de cada uma das outras partes da tarefa, alternando momentos de trabalho em grupo com momentos de discussão e reflexão colectivas, sob a orientação do professor.

É natural que algumas regularidades não surjam com facilidade. Neste caso, o professor pode dirigir a atenção dos alunos, por exemplo, para a primeira coluna.

Pode deste modo, surgir com maior facilidade algumas regularidades.

- Na primeira coluna os números acabam sempre 1,6,1,6, ...;

1
6
11
16
21
26
31
36
41
46

- Adicionando sempre 5 passa-se de um número para o seguinte ou a diferença entre um número e o da linha anterior é 5.

1
6
11
16
21
26
31
36
41
46



A partir da observação das regularidades relativas à primeira coluna torna-se mais fácil para os alunos identificarem regularidades associadas às outras colunas e também às linhas.

Nesta tarefa os alunos identificam regularidades e propriedades dos múltiplos de 2, 5 e 10 a partir da observação dos números de 1 a 50, organizados numa tabela. Um desafio adicional que pode ser lançado é usar os conhecimentos sobre as propriedades associadas aos múltiplos de 2, 5 e 10 para números superiores a 50, sem que haja um registo com esses números. Podem, por exemplo, colocar-se as seguintes questões:

- Indicar um número maior que 50 e que seja múltiplo de 2 e 5.
- Indicar um número maior que 50 e que seja múltiplo de 2 e não de 5.
- Indicar um número maior que 50 e que seja múltiplo de 5 e não de 10.
- A soma de dois múltiplos de 10 é sempre um múltiplo de 10? Justifica.

Possíveis caminhos a seguir pelos alunos

Na primeira parte da tarefa, após a observação atenta dos números organizados em tabela os alunos de uma turma podem fazer observações semelhantes às seguintes:

- São os números todos até 50;
- Há números pares e números ímpares;
- É um ímpar, um par, um ímpar, um par, ...;
- A tabela tem 10 linhas e 5 colunas, são 50 números;
- A última coluna é a tabuada do 5;

- Na primeira coluna os números acabam sempre 1,6,1,6, ...; na segunda em 2, 7, 2, 7, ...; na terceira em 3, 8, 3, 8, ..., etc.
- A diferença entre os números das sequências anteriores é sempre de 5, $6-1$ é 5; $7-2$ é 5; $8-3$ é 5;
- A diferença entre os números de uma linha e os correspondentes da linha anterior é sempre 5 (por exemplo, $11-6$; $28-23$; $35-30$, ...).

Apoiados pelo professor os alunos podem traçar diagonais com o lápis.

Ao observar os números na diagonal, identificam regularidades tais como:

- Há diagonais só com números pares e outras só com números ímpares.
- A diferença entre os números consecutivos em cada diagonal é sempre 4 (se forem marcadas as diagonais na outra direcção esta diferença é sempre 6).

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45
46	47	48	49	50

Depois de os alunos terem pintado a tabela de acordo com as primeiras instruções podem concluir que todos os múltiplos de 10 são múltiplos de 5 mas há múltiplos de 5 que não são múltiplos de 10. Observam também que os múltiplos de 10 têm o algarismo das unidades igual a 0 e os múltiplos de 5 têm o algarismo das unidades igual a 5 ou a 0.

Na última parte da tarefa, ao pintarem também os números pares ficam com uma tabela semelhante à apresentada, que lhes permite concluir que:

- todos os múltiplos de 10 são múltiplos de 2 mas há múltiplos de 2 que não são múltiplos de 10;
- há múltiplos de 5 que são múltiplos de 2 e há múltiplos de 2 que são múltiplos de 5;

- todos os múltiplos de 10 são múltiplos de 2 e de 5;
- o algarismo das unidades dos múltiplos de 2 é sempre 0, 2, 4, 6 ou 8.

Números pares, múltiplos de 5 e múltiplos de 10				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45
46	47	48	49	50

MAIS REGULARIDADES, NÚMEROS PARES E MÚLTIPLOS DE 4

Folha do aluno

Observa com atenção a tabela da página seguinte.

- O que podes afirmar sobre os números da tabela?
- Discute as tuas descobertas com os teus colegas de grupo.
- Descreve numa folha de papel as descobertas que fizeram e as regularidades que descobriram.

Usa lápis de cores diferentes e

- Pinta da mesma cor todos os números pares.
- Pinta de cor diferente da primeira, todos os números que são múltiplos de 4, ou seja, começa no 4 e vai pintando todos os números de 4 em 4.
- Há números que ficaram pintados com duas cores. Quais são? Consegues explicar porquê?
- O que descobriste sobre os múltiplos de 2 e de 4?

MAIS REGULARIDADES, NÚMEROS PARES E MÚLTIPLOS DE 4

Folha do aluno

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24
25	26	27	28
29	30	31	32
33	34	35	36
37	38	39	40
41	42	43	44
45	46	47	48
49	50	51	52
53	54	55	56
57	58	59	60

Tarefa 4 – Mais regularidades, números pares e múltiplos de 4

Materiais

- Fotocópia das folhas da tarefa
- Lápis de cor

Ideias disponíveis e em desenvolvimento

- Comparar números e ordená-los em sequências crescentes e decrescentes.
- Compreender o sistema de numeração decimal.
- Compreender as tabuadas da multiplicação.
- Identificar e dar exemplos de múltiplos de um número natural.
- Identificar regularidades em tabelas numéricas.

Ideias e procedimentos a desenvolver

- Identificar e dar exemplos de múltiplos de 2 e 4.
- Identificar as propriedades dos múltiplos de 2 e 4.

Sugestões para exploração

Na primeira parte da tarefa é importante, tal como na tarefa anterior, que os alunos observem com atenção os números dispostos na tabela e identifiquem algumas regularidades. Esta tarefa deve ser desenvolvida em grupo, reservando o professor um tempo para a sua discussão com toda a turma. É fundamental que os alunos tentem descrever, oralmente e por escrito, as regularidades descobertas, no sentido de desenvolver a sua capacidade de comunicação matemática. Após o trabalho em grupo, cada um deles apresenta-o ao resto da turma, justificando perante os colegas as suas conjecturas e comparando-as com outras. A apresentação e justificação das regularidades descobertas devem ser feitas no final de cada uma das outras partes da tarefa, alternando momentos de trabalho em grupo com momentos de discussão e reflexão colectivas, sob a orientação do professor. Espera-se que os alunos identifiquem regularidades com mais facilidade que na

tarefa anterior, uma vez que desenvolveram previamente a tarefa com múltiplos de 2, 5 e 10, conhecendo mais profundamente características e propriedades dos múltiplos de 2.

Possíveis caminhos a seguir pelos alunos

Na primeira parte da tarefa, após a observação atenta dos números organizados em tabela, os alunos podem apresentar regularidades tais como:

- Os números são alternadamente números pares e números ímpares;
- A tabela tem 15 linhas e 4 colunas, com um total de 60 números;
- A última coluna é a tabuada do 4 até ao 60;
- Na primeira coluna o algarismo das unidades dos números é alternadamente 1,5,9,3,7; 1,5,9,3,7; ..., na segunda é 2, 6, 0, 4, 8; 2, 6, 0, 4, 8; ...; na terceira é 3, 7, 1, 5, 9; 3, 7, 1, 5, 9; ... etc.
- Na primeira coluna a sequência dos algarismos das unidades dos números é igual à sequência dos algarismos das unidades dos números na terceira coluna;
- Na segunda coluna a sequência dos algarismos das unidades dos números é igual à sequência dos algarismos das unidades dos números na quarta coluna;
- A diferença entre os números de uma linha e os correspondentes da linha anterior é sempre 4 (por exemplo, 5-1; 6-2; 7-3, ...);
- Há colunas só com números pares e colunas só com números ímpares, etc.

Depois de os alunos terem pintado a tabela de acordo com as instruções podem concluir que todos os múltiplos de 4 são múltiplos de 2 mas há múltiplos de 2 que não são múltiplos de 4, por exemplo o 10. Observam também que os múltiplos de 4 têm o algarismo das unidades igual a um número par. A tabela depois de colorida fica com um aspecto semelhante ao apresentado.

Uma tabela igual pode ser usada, num outro dia, para explorar os múltiplos de 3 e os pares, por exemplo, permitindo aos alunos tirar outro tipo de conclusões sobre os múltiplos envolvidos e as relações entre eles.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24
25	26	27	28
29	30	31	32
33	34	35	36
37	38	39	40
41	42	43	44
45	46	47	48
49	50	51	52
53	54	55	56
57	58	59	60

Números pares e múltiplos de 4

1	2	3	4
5	<u>6</u>	7	8
9	10	11	<u>12</u>
13	14	15	16
17	<u>18</u>	19	20
21	22	23	<u>24</u>
25	26	27	28
29	<u>30</u>	31	32
33	34	35	<u>36</u>
37	38	39	40
41	<u>42</u>	43	44
45	46	47	<u>48</u>
49	50	51	52
53	<u>54</u>	55	56
57	58	59	<u>60</u>

Números pares e múltiplos de 3
(extensão)

Extensão

Outras tabelas, com números organizados de maneiras diversas, podem ser o ponto de partida para tarefas que contribuem para clarificar propriedades e relações dos múltiplos de um número natural.

DECOMPOR NÚMEROS

Folha do aluno

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

Grupo A		
Número	Produtos	Pontuação

Grupo B		
Número	Produtos	Pontuação

Tarefa 5 – Decompor números

Material

- Tabela com números até 40

Ideias disponíveis e em desenvolvimento

- Compreender o sistema de numeração decimal.
- Compreender as tabuadas da multiplicação.
- Identificar e dar exemplos de múltiplos de um número natural.
- Identificar regularidades em tabelas numéricas.

Ideias e procedimentos a desenvolver

- - Identificar e dar exemplos de divisores de um número natural.
- - Tirar partido da relação entre multiplicação e divisão.

Sugestões para exploração

Esta tarefa consiste num jogo que deve ser jogado entre dois grupos. No início pode dividir-se a turma em dois grupos: grupo A e grupo B. Depois de todos os alunos perceberem como funciona e aprenderem a jogar podem organizar-se grupos mais pequenos, de 4 ou 6 alunos.

Cada grupo deve ter uma tabela ou então o professor pode optar por ampliar uma e colocá-la num local bem visível para todos.

O grupo A escolhe um número da tabela e di-lo em voz alta. O grupo B tem de seleccionar na tabela números cujo produto seja o número escolhido pelo grupo A.

Por exemplo, o grupo A escolhe o número 10. Então o grupo B pode seleccionar da tabela o 2, o 5, o 1 e o próprio 10. Em seguida deve usar estes números para formar produtos iguais a 10: $2 \times 5 = 10$, $1 \times 10 = 10$ e $1 \times 2 \times 5 = 10$. Por cada produto correcto escolhido o grupo B ganha 1 ponto, ficando, neste exemplo, com um total de 3 pontos.

Os grupos trocam de papéis alternadamente. Ora escolhe o grupo A um número da tabela e o grupo B indica os produtos iguais ao número que lhe foi indicado ora é a vez de o grupo

B escolher um número da tabela. É importante estipular um tempo limite para a resposta e um número máximo de jogadas para concluir o jogo, por exemplo 10 para cada grupo. Ganha quem tiver mais pontos no final do jogo.

Este jogo deve ser jogado várias vezes, de modo que os alunos possam compreender qual é a estratégia ganhadora. É fundamental, ao fim de alguns jogos, discutir com os alunos as razões da escolha dos números, de modo a seguir uma estratégia ganhadora e a evitar que o grupo adversário ganhe pontos.

Sem que se usem os termos relativos a vários conceitos e propriedades nesta tarefa estão implícitos o conceito de número primo, de elemento neutro da multiplicação e de factorização de um número.

Possíveis caminhos a seguir pelos alunos

No início é provável que os alunos joguem um pouco ao acaso, sem perceberem qual a estratégia a utilizar de modo a fazer mais pontos e a impedir que a equipa adversária os faça. Alguns alunos poderão associar o facto de um número ter muitos divisores à grandeza do número, tendo tendência para escolher números pequenos. No entanto, rapidamente percebem que essa conjectura não é verdadeira, pois, por exemplo o 8 pode decompor-se em 1×8 , 2×4 , $2 \times 2 \times 2$, $1 \times 2 \times 4$ e $1 \times 2 \times 2 \times 2$ enquanto o 37 só se pode decompor em 1×37 , logo o 8 não é um número bom para ser escolhido. A partir de algum tempo a escolha é feita com base no conhecimento sobre as decomposições dos números em produtos conhecidos.

Depois de algumas jogadas os alunos também constatarem que o número 1 não altera o valor do produto e, por isso, quando se indica uma decomposição há sempre outra igual a ela, acrescentando o factor 1. Por exemplo, para o número 22, depois de indicada a decomposição 2×11 é imediato encontrar $1 \times 2 \times 11$.

Também é natural que depois de jogarem um pouco os alunos se apercebam de que há números que têm como divisores apenas o 1 e eles próprios. Por isso, constituem a melhor escolha a fazer, de modo que a equipa adversária não junte pontos.